FOLHA 11

REFERENCIAL DE GAUSS

Q. 01 – REFERENCIAL DE GAUSS PARA UMA LENTE CONVERGENTE

Q. 02 – REFERENCIAL DE GAUSS PARA UMA LENTE DIVERGENTE

- p: abscissa do objeto
- p': abscissa da imagem
- $y = o$: ordenada do objeto
- $y' = i$: ordenada da imagem
- f: abscissa do foco
- $2f$: abscissa do anti-principal
- $p > 0$: Objeto Real
- $p' > 0$: Imagem Real
- $p < 0$: Objeto Virtual
- $p' < 0$: Imagem Virtual
- Se i e o tiverem o mesmo sinal, então a imagem é direita, já se tiverem sinais opostos ela é invertida. Segue então que:
  - $i \cdot o > 0$: Imagem Direita
  - $i \cdot o < 0$: Imagem Invertida
- Com relação ao tipo de lente:
  - $f > 0$: Lente Convergente
  - $f < 0$: Lente Divergente

EQUAÇÃO DE GAUSS

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

Uma diferença: dioptrias...

Q. 03 – DIOPTRIA

EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL

$$\boxed{A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = \frac{f}{f-p}}.$$

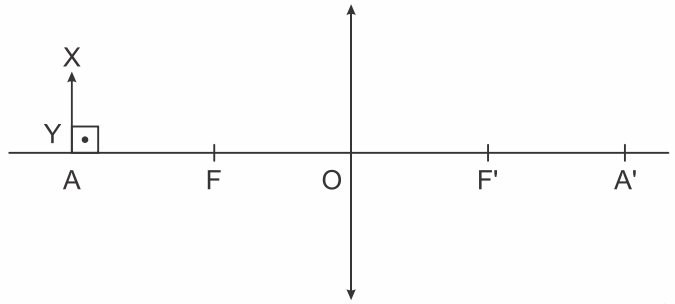
EXERCÍCIOS

1. (Acafe 2019) Em tempos de crise econômica, uma pessoa deseja empreender montando uma pequena loja de roupas. Um dos itens essenciais é colocar um espelho em uma parede vertical, de modo que qualquer cliente de média altura (h) possa se ver inteiro nesse espelho a certa distância horizontal (d). Mas para economizar, o espelho deverá ter a menor altura possível.

A alternativa **correta** que indica a altura desse espelho é:

a) $h/3$
b) h/d
c) $2h/3$
d) $h/2$

2. (Espcex (Aman) 2020) Um objeto retilíneo e frontal $\overline{XY}$, perpendicular ao eixo principal, encontra-se diante de uma lente delgada convergente. Os focos F e F', os pontos antiprincipais A e A' e o centro óptico "O" estão representados no desenho abaixo.



Desenho ilustrativo - fora de escala

Interbits®

Com o objeto $\overline{XY}$ sobre o ponto antiprincipal A, pode-se afirmar que a imagem $\overline{X'Y'}$, desse objeto é:

Dados: $\overline{OF} = \overline{FA}$ e $\overline{OF'} = \overline{F'A'}$

a) real, invertida, e do mesmo tamanho que $\overline{XY}$.

b) real, invertida, maior que $\overline{XY}$.

c) real, direita, maior que $\overline{XY}$.

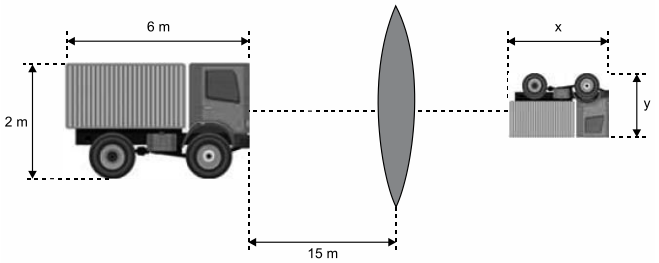
d) virtual, direita, menor que $\overline{XY}$.

e) virtual, invertida, e do mesmo tamanho que $\overline{XY}$.

3. (Upf 2019) Muitos instrumentos se utilizam de lentes esféricas delgadas para seu funcionamento. Tais lentes podem ser do tipo convergente ou divergente e formam imagens com características específicas.
Sobre as imagens formadas por essas lentes, é **correto** afirmar que
a) quando um objeto é posicionado no foco de uma lente convergente, se forma uma imagem real, maior e direita.
b) quando um objeto é posicionado entre o foco e o centro ótico de uma lente convergente, se forma uma imagem real, maior e direita.
c) quando um objeto é posicionado entre o foco e o centro ótico de uma lente convergente, não se forma nenhuma imagem.
d) uma lente divergente só pode formar uma imagem virtual, menor e direita de um objeto.
e) uma lente divergente só pode formar uma imagem real, maior e direita de um objeto.

4. (Uece 2019) Dentre muitas aplicações, a energia solar pode ser aproveitada para aquecimento de água. Suponha que para isso seja utilizada uma lente delgada para concentrar os raios solares em um dado ponto que se pretende aquecer. Assuma que os raios incidentes sejam paralelos ao eixo principal.
Um tipo de lente que pode ser usada para essa finalidade é a lente
a) divergente e o ponto de aquecimento fica no foco.
b) convergente e o ponto de aquecimento fica no vértice.
c) convergente e o ponto de aquecimento fica no foco.
d) divergente e o ponto de aquecimento fica no vértice.

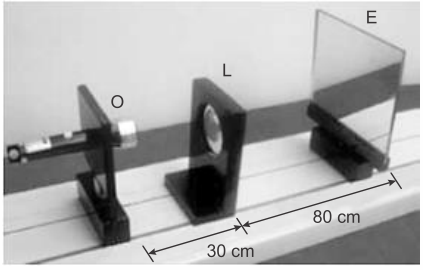
5. (Unifesp 2019) Um caminhão de $2\,m$ de altura e $6\,m$ de comprimento está parado a $15\,m$ de uma lente esférica delgada de distância focal igual a $3\,m$. Na figura, fora de escala, estão representados o caminhão, a lente e a imagem do caminhão conjugada pela lente.



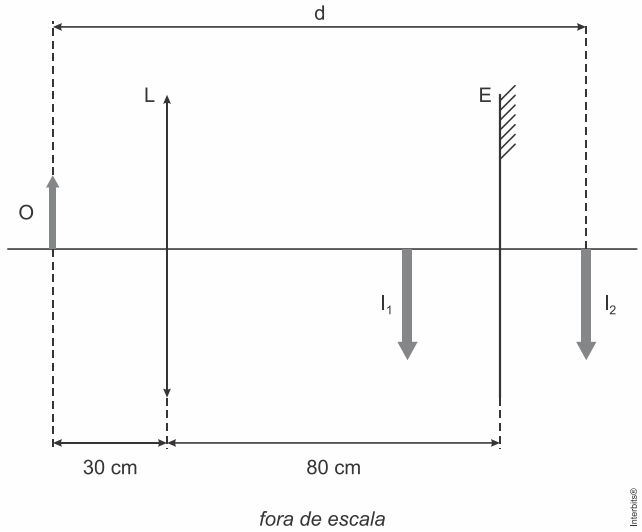
fora de escala

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, calcule, em m:
a) a altura (y) da imagem da frente do caminhão.
b) o comprimento (x) da imagem do caminhão.

6. (Fac. Albert Einstein - Medicin 2019) Em um laboratório didático, foi montado um banco óptico formado por uma lente esférica convergente L de distância focal igual a $20\,cm$, um espelho plano E e uma lanterna acesa, funcionando como o objeto O. A fotografia representa esse sistema com as distâncias entre seus elementos, fora de escala.



Em seguida, o professor propõe um exercício com a figura a seguir, que resume o experimento realizado. Nessa figura, a lâmpada acesa da lanterna é representada pela seta O, a seta I_1 representa a imagem dessa lâmpada formada pela lente L, e I_2, representa a imagem da seta I_1 formada pelo espelho E.



fora de escala

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, a distância d, entre O e I_2, é

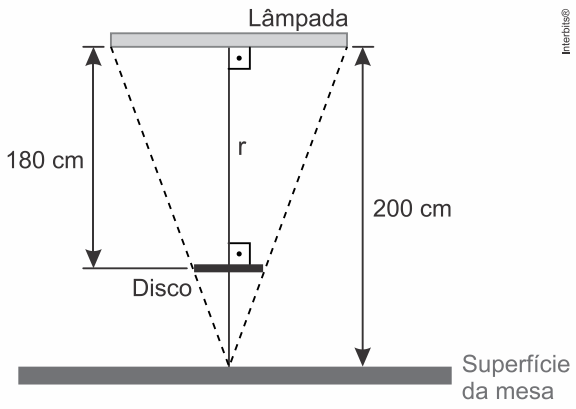
a) $1{,}6\,m$.
b) $1{,}4\,m$.
c) $1{,}5\,m$.
d) $1{,}3\,m$.
e) $1{,}8\,m$.

7. (G1 - ifsul 2019) Diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de $15\,cm$, coloca-se um objeto linear de altura desconhecida. Sabe-se que o objeto encontra-se a $60\,cm$ da lente. Após, o mesmo objeto é colocado a $60\,cm$ de uma lente divergente, cuja distância focal também é de $15\,cm$.

A razão entre o tamanho da imagem conjugada pela lente convergente e o tamanho da imagem conjugada pela lente divergente é igual a

a) $1/3$
b) $1/5$
c) $3/5$
d) $5/3$

8. (Famerp 2019) A figura mostra uma lâmpada retilínea, de comprimento $90\,cm$, fixa horizontalmente no teto de uma sala, $200\,cm$ acima da superfície plana e horizontal de uma mesa. Um disco circular opaco foi colocado horizontalmente entre a lâmpada e a mesa, a $180\,cm$ da lâmpada, sendo esta a maior distância para que ele não projete sombra sobre a mesa. A reta r, mostrada na figura, é vertical e passa pelo ponto médio da lâmpada e pelo centro do disco.



fora de escala

a) Calcule o diâmetro do disco, em centímetros.
b) Considere que o disco seja substituído por uma lente delgada, esférica e convergente, cujo eixo principal coincida com a reta r. Sabendo que essa lente foi colocada em uma posição em que projeta, sobre a superfície da mesa, uma imagem nítida da lâmpada quatro vezes menor que ela, calcule a distância focal da lente, em centímetros.

RESPOSTAS

1. D **2.** A **3.** D **4.** C

5. a) A imagem é invertida, pois o resultado foi negativo e o módulo da altura da imagem (y) é de $0{,}5\,m$.
b) O comprimento longitudinal é $x = 0{,}25\,m$.

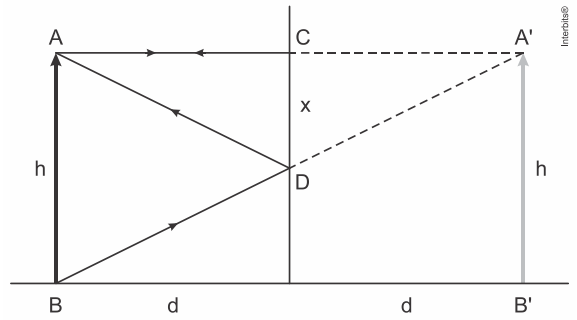
6. D **7.** D

8. a) $D = 9\,cm$.
b) $f = 32\,cm$.

RESOLUÇÕES

1. D

Temos a simplificação do problema, onde $CD = x$ é o tamanho mínimo do espelho:

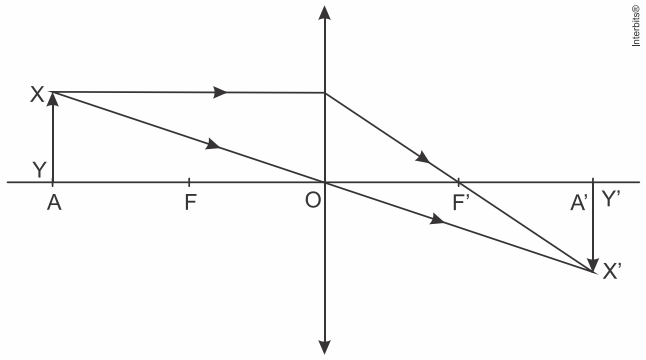


Os triângulos $AA'B$ e $CA'D$ são semelhantes. Logo:

$$\frac{x}{h} = \frac{d}{2d} \Rightarrow x = \frac{h}{2}.$$

2. A

Para o objeto no ponto A, a imagem será real, invertida e do mesmo tamanho do objeto de acordo com a figura:



3. D

Dentre as alternativas, a única que descreve corretamente as características da imagem formada é a [D].

4. C

Deve ser utilizada uma lente convergente, já que esta converge os raios solares (paralelos) para um mesmo ponto (foco).

5. a) Da relação derivada do aumento linear transversal juntamente com a equação de Gauss, temos:

$$A = -\frac{di}{do} = \frac{i}{o} = \frac{f}{f - do}$$

Onde,

$A =$ aumento linear transversal da imagem;
$i =$ tamanho da imagem;
$o =$ tamanho do objeto;
$f =$ distância focal da lente;
$do =$ distância do objeto ao centro óptico da lente;
$di =$ distância da imagem ao centro óptico da lente.

Usando as duas últimas igualdades e substituindo pelos valores $o = 2\,m, do = 15\,m$ e $f = 3m$, temos:

$$\frac{i}{o} = \frac{f}{f - do} \Rightarrow \frac{i}{2m} = \frac{3m}{3m - 15m} \Rightarrow i = \frac{6m^2}{-12m} \therefore i = -0{,}5m$$

Logo, a imagem é invertida, pois o resultado foi negativo e o módulo da altura da imagem (y) é de $0{,}5m$.

b) O comprimento longitudinal (x) da imagem é a diferença entre a distância da imagem da dianteira do caminhão (di_d) e a distância da imagem da traseira (di_t). $x = di_d - di_t$

Para descobrir cada uma das distâncias da imagem usamos a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{di} + \frac{1}{do} \Rightarrow \frac{1}{di} = \frac{1}{f} - \frac{1}{do} \Rightarrow \frac{1}{di} = \frac{do - f}{f \cdot do} \therefore di = \frac{f \cdot do}{do - f}$$

Assim, a distância da imagem dianteira é:

$$di_d = \frac{f \cdot do_d}{do_d - f} = \frac{3m \cdot 15m}{15m - 3m} \Rightarrow di_d = \frac{45m^2}{12m} \therefore di_d = 3{,}75m$$

E a distância da imagem traseira é:

$$di_t = \frac{f \cdot do_t}{do_t - f} = \frac{3m \cdot 21m}{21m - 3m} \Rightarrow di_t = \frac{63m^2}{18m} \therefore di_t = 3{,}5m$$

Finalmente, podemos determinar o comprimento longitudinal.

$$x = di_d - di_t \Rightarrow x = 3{,}75m - 3{,}5m \therefore x = 0{,}25m$$

6. D

Usando a equação de Gauss, calcula-se a distância da imagem.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{di} + \frac{1}{do}$$

Substituindo os valores:

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{di} + \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{di} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{3-2}{60} = \frac{1}{60} \therefore di = 60\,cm$$

Logo, a distância da imagem I_1 até o espelho é igual a distância entre o espelho e a imagem I_2, portanto,

$$d = (30 + 80 + 20 + 20)\,cm \therefore d = 130\,cm = 1{,}30\,m$$

7. D

Usando a equação de Gauss para os dois casos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{di} + \frac{1}{do}$$

Onde:

$f =$ distância focal;
$di =$ distância da imagem;
$do =$ distância do objeto.

Para a lente convergente, a distância da imagem é:

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{di} + \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{1}{di} \Rightarrow \frac{4-1}{60} = \frac{1}{di} \therefore di = 20\,cm$$

Para a lente divergente:

$$-\frac{1}{15} = -\frac{1}{di} + \frac{1}{60} \Rightarrow -\frac{1}{15} - \frac{1}{60} = -\frac{1}{di} \Rightarrow -\frac{4+1}{60} = -\frac{1}{di} \therefore di = 12\,cm$$

Logo, a razão entre os tamanhos das imagens será a razão entre as distâncias das imagens, pois, através da equação do aumento linear, temos:

$$A = -\frac{i}{o} = \frac{di}{do} \Rightarrow \frac{A_{conv}}{A_{diverg}} = \frac{(di/\cancel{do})_{conv}}{(di/\cancel{do})_{diverg}} \therefore \frac{A_{conv}}{A_{diverg}} = \frac{(di)_{conv}}{(di)_{diverg}}$$

Assim:

$$\frac{A_{conv}}{A_{diverg}} = \frac{20\,cm}{12\,cm} \therefore \frac{A_{conv}}{A_{diverg}} = \frac{5}{3}$$

8. a) Sendo D o diâmetro do disco, por semelhança de triângulos:

$$\frac{D}{200 - 180} = \frac{90}{200} \Rightarrow \boxed{D = 9\,cm.}$$

b) Como a imagem é projetada, ela é real; e imagem real de objeto real é invertida.

Assim, o aumento linear transversal é $A = -\frac{1}{4}$.

Mas:

$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{-1}{4} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \underline{p = 4p'.}$$

Também:

$$p + p' = 200 \Rightarrow 4p' + p' = 200 \Rightarrow \underline{p' = 40\,cm.} \Rightarrow$$

$$p + 40 = 200 \Rightarrow \underline{p = 160\,cm.}$$

Da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{160 \times 40}{200} \Rightarrow \boxed{f = 32\,cm.}$$